

Modélisation Géométrique par Optimisation Laplacienne

Maxime Tournier*

30 Avril 2022

Résumé

AnatoScope souhaite améliorer un outil semi-automatique de modélisation de prothèses orthopédiques, pour permettre à l'utilisateur de mieux contrôler la forme obtenue sans perdre en qualité.

Contexte

La société AnatoScope¹ développe des logiciels en ligne de modélisation de prothèses orthopédiques visant à corriger la plagiocéphalie et la brachycéphalie (déformations du crâne) chez le nourrisson. Dans ces applications, un modèle générique de tête de nourrisson est tout d'abord recalé sur des données patients pour obtenir une représentation tri-dimensionnelle normalisée de la forme actuelle du crâne du patient. L'enjeu est alors de modéliser une *forme cible* pour le crâne qui corrige la déformation tout en restant adaptée au patient (*cf.* figure 1). Cette forme cible sera ensuite utilisée pour planifier le traitement et concevoir des casques prothétiques lors des étapes ultérieures.

Problématique

Le sujet porte sur l'étape de modélisation de la forme cible du crâne. Le modèle générique est un maillage triangulaire à n sommets. La méthode actuelle obtient les positions des sommets $x \in \mathbb{R}^{3n}$ du maillage pour la *forme cible* comme solution d'un problème d'optimisation sous contraintes :

$$\operatorname{argmin}_x \|\Delta x - \Delta y\|^2 \quad \text{s.t. } C(x) = 0$$

où Δ est la matrice Laplacienne associée au maillage, $y \in \mathbb{R}^{3n}$ représente les positions connues du maillage générique non-déformé, et $C(x) = 0$ sont des contraintes affines fixant les positions des sommets hors de la zone d'intérêt à déformer à leur position

*maxime.tournier@anatoscope.com

1. <https://www.anatoscope.com/>

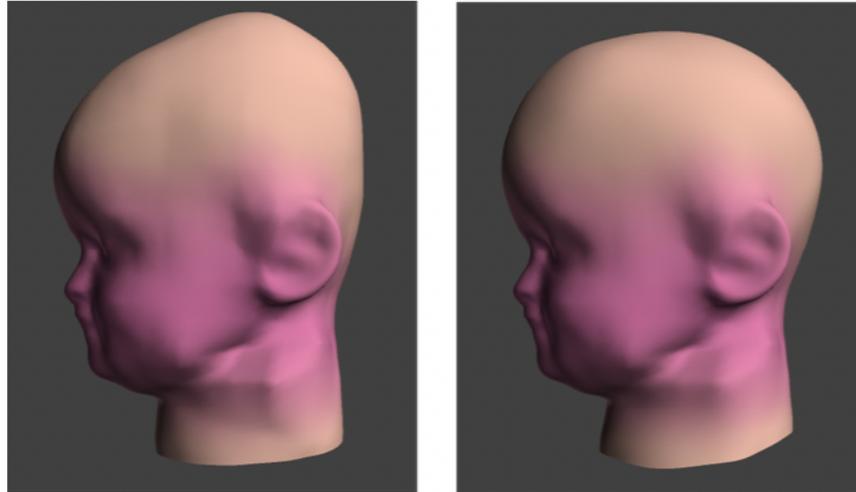


FIGURE 1 – (*gauche*) Le modèle générique recalé sur un scan d'un patient atteint de braycéphalie. (*droite*) La forme cible corrigeant la déformation calculée par l'outil de modélisation. Les zones colorées en rose sont contraintes à leur position recalée et ne sont pas déformées.

dans le maillage recalé. En d'autres termes, on optimise les Laplaciens sur la zone d'intérêt pour correspondre à ceux du maillage en position générique, et partout ailleurs les positions des sommets sont celles du recalage sur les données patient.

La figure 1 présente un résultat de l'optimisation, qui fournit un point de départ raisonnable mais nécessite évidemment des corrections manuelles de la part du prothésiste, par exemple en contraignant la position de sommets additionnels via les contraintes C. Malheureusement, comme le montre la figure 2, la surface obtenue de cette manière présente encore des artéfacts :

- il est impossible de contrôler la tangence de la surface au points de contrainte, ce qui peut produire des crêtes indésirables difficiles à corriger
- les détails haute fréquence de la surface recalée sont perdus

Objectifs

L'objectif est donc d'améliorer la qualité de la surface issue de l'optimisation selon deux axes :

- permettre de contrôler la tangence de la surface aux points de contrôle
- conserver des détails haute fréquence dans la surface résultat

Idéalement, on souhaite obtenir une solution efficace s'intégrant naturellement dans

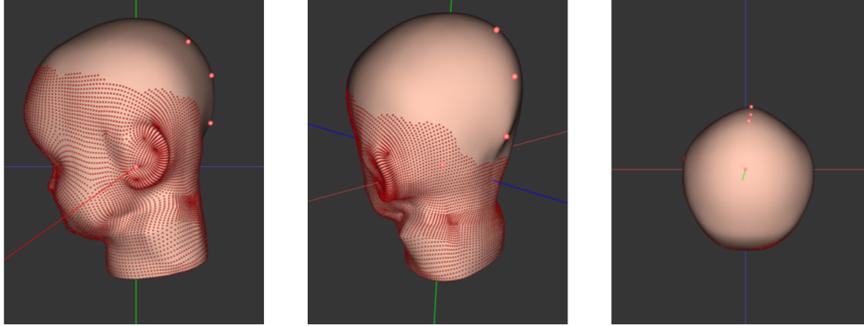


FIGURE 2 – (*gauche*) Ajout de contraintes de position (points roses). Les sommets rouges sont fixés lors de l'optimisation. (*centre*) La surface résultat présente des crêtes difficiles à corriger. (*droite*) Vue du dessus : le crâne présente une bosse indésirable.

le cadre d'une optimisation des Laplaciens (par exemple en se restreignant à des sous-espaces propres du Laplacien), et permettant une utilisation interactive par le prothésiste.